

НОВЫЕ СТРУКТУРЫ МАЛОЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ

В. ЕРЕМЕЕВ, А. ГУМЕНЮК, Т. МАМИРОВ

*Институт транспорта и связи, департамент электроники
ул. Ломоносова 1, LV – 1019, Рига, Латвия*

Предложены новые структуры для реализации цифровых фильтров - каскадное соединение субструктур первого порядка. Передаточные функции таких фильтров имеют комплексные коэффициенты. Практически реализуемые полосы пропускания при прочих равных условиях на несколько порядков меньше, чем у биквадных реализаций.

Ключевые слова: цифровые фильтры, передаточные функции

We propose new structures for digital filters realization – cascade combination of first-order substructures. The transfer functions of these filters have complex coefficients. Practically realized pass-bands in equal conditions are some orders lower than biquad realizations passbands.

Keywords: digital filters, transfer functions

При проектировании малочувствительных цифровых фильтров с большим динамическим диапазоном возникают проблемы, связанные как с выбором соответствующего класса передаточных характеристик, так и выбором структуры реализации. На наш взгляд, создание робастных систем - это, прежде всего, проблема выбора эффективной структуры.

Ориентация на малочувствительные реализации связана даже не столько с тем, что предполагается использовать в процессорах "короткую арифметику", но в большей степени с желанием получить цифровые фильтры с рекордными характеристиками: либо с очень крутыми амплитудно-частотными характеристиками (АЧХ), либо с максимизацией динамического диапазона, либо, наконец, с предельно узкополосными АЧХ. В дальнейшем для иллюстрации эффективности новых предлагаемых структур мы остановимся на синтезе сверхузкополосных цифровых фильтров нижних частот с классическими характеристиками.

Единственным сегодня известным техническим решением подобного класса задач является применение волновых фильтров [1]. Однако чрезмерная избыточность, сложность проектирования и моделирования оставляют актуальным поиск альтернативных решений. Концептуально проблема выбора новой структуры решена обобщенным сопоставлением двух традиционных реализаций - прямой и биквадной [1-4].

Одна и та же передаточная функция может быть записана для прямой реализации следующим образом:

$$H(z^{-1}) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_N z^{-N}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_N z^{-N}} \quad (1)$$

Для эквивалентной биквадной реализации соответственно четного и нечетного порядков имеем:

$$H(z^{-1}) = \prod_{k=1}^{N/2} \frac{b_{0k} + b_{1k} z^{-1} + b_{2k} z^{-2}}{1 + a_{1k} z^{-1} + a_{2k} z^{-2}} \quad (2)$$

$$H(z^{-1}) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1}} \prod_{k=1}^{(N-1)/2} \frac{b_{0k} + b_{1k} z^{-1} + b_{2k} z^{-2}}{1 + a_{1k} z^{-1} + a_{2k} z^{-2}} \quad (3)$$

Блок-диаграммные реализации прямой и биквадной структур показаны на Рисунках 1 и 2.

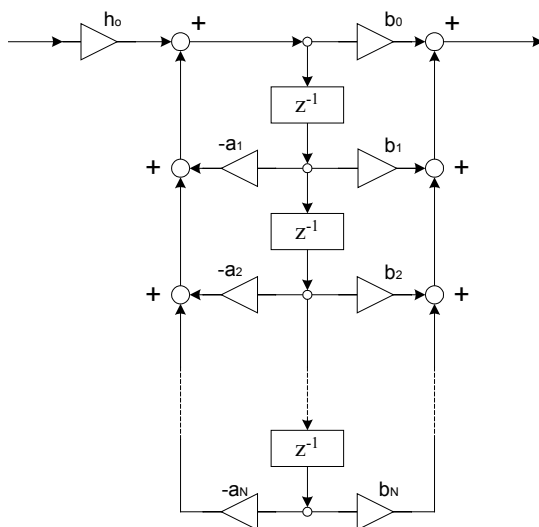


Рисунок 1. Блок-диаграмма прямой структуры

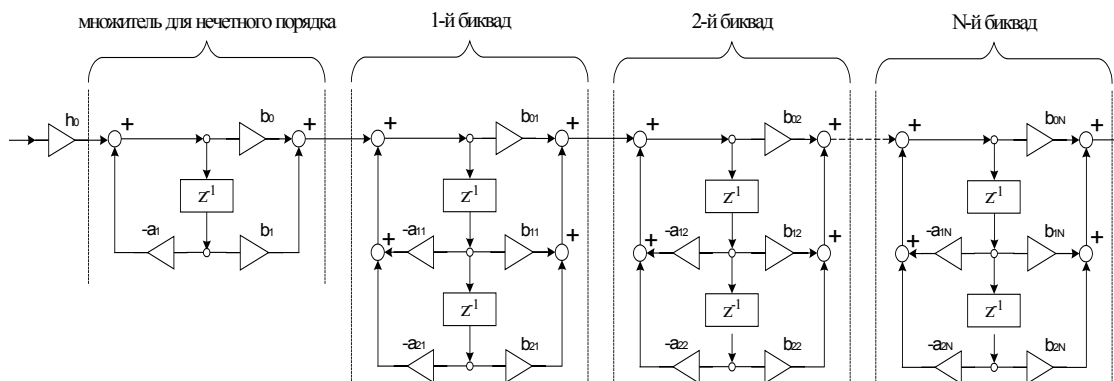


Рисунок 2. Блок-диаграмма биквадной структуры

Для определения частотных характеристик целесообразно использовать встроенную функцию **freqz.m** пакета MatLab-6, в которую передаются рабочий диапазон частот, а также векторы коэффициентов числителя и знаменателя передаточной функции, и которая возвращает комплексный вектор рассчитанных значений передаточной функции. С ее помощью для фильтров Чебышева I-го и II-го рода, а также эллиптического были исследованы АЧХ НЧ – фильтров при уменьшении их полос пропускания.

АЧХ фильтров **прямой** реализации (рис.1) при постепенном уменьшении полосы пропускания вначале не имеют искажений в полосах пропускания и задерживания, но при достижении некоторого критического значения появляются сперва слабые, а затем и все более заметные искажения АЧХ. При дальнейшем сужении полосы пропускания характеристика теряет свою первоначальную форму и, наконец, полностью «разваливается». Для стандартных требований к характеристикам фильтров ниже в таблицах будут приведены зависимости критических полос пропускания от порядка. Отметим также и известный факт, что прямая структура реализации практически нереализуема при больших порядках из-за очень большой чувствительности к точности установки ее коэффициентов и крайне плохой динамики.

Традиционным типом практических реализаций цифровых фильтров является каскадная, т.н. **биквадная** реализация (Рисунок 2). Она позволяет качественно снизить чувствительность структуры к неточностям установки параметров на несколько порядков. В частности, вполне реализуемы ЦФНЧ с критическими полосами пропускания, установленными для прямой

реализации. Полосы пропускания, при которых и у биквадных реализаций того же порядка начинают появляться искажения АЧХ, на несколько порядков меньше.

Исследуя генезис биквадных структур из прямой и рассчитывая на наследуемые при этом процессе свойства, нами сделан следующий логический шаг с намерением получить лучшую структуру. Предлагается каскадно включать звенья только первого порядка, которые в отличие от биквадов естественно именовать как **билайны (biline)**:

Передаточная функция новой реализации может быть представлена в форме:

$$H(z^{-1}) = \prod_{k=1}^N \frac{b_{0k} + b_{1k} z^{-1}}{1 + a_{1k} z^{-1}} \tag{4}$$

Коэффициенты передаточной функции при этом будут в общем случае комплексными. Это усложняет реализацию. Какова же цена такого перехода?. Исследование критических полос пропускания фильтра на билайнах при различных требованиях к его характеристикам подтвердило предположение о получении замечательных преимуществ этого типа реализации, по сравнению с прямой и биквадной. При прочих равных условиях критическая полоса пропускания структуры любого порядка на билайнах гораздо меньше (на несколько порядков!), чем у соответствующей традиционной структуры на биквадах. Подробное сопоставление параметров АЧХ для прямой, биквадной и билайновой реализаций приведены в таблицах ниже. Блок – диаграмма билайн - реализации приведена на Рисунке 3.

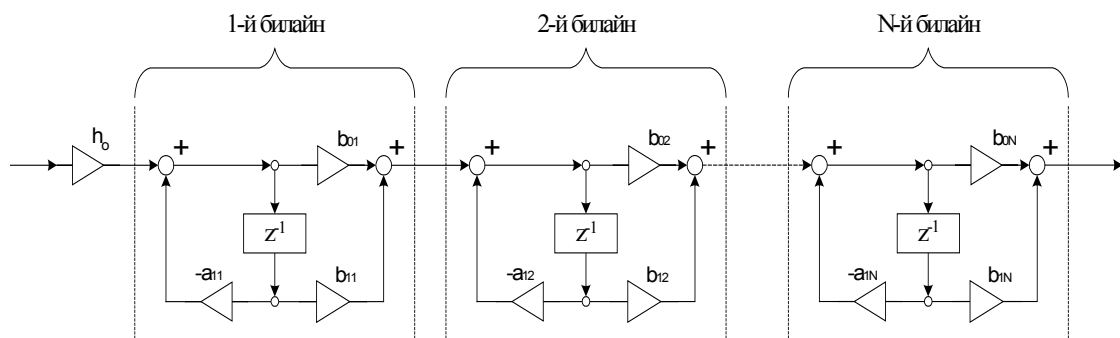


Рисунок 3. Блок-диаграмма biline - структуры

ТАБЛИЦА 1. Критические полосы пропускания для прямой, биквадной и билайн – реализаций фильтра Чебышева I-го рода

Затухание в полосе пропускания	amax, дБ	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
Порядок	N	5	7	9	11	13	15	17
Затухание в полосе задерживания	amin, дБ	8	20	35	55	70	85	105
Реализации:								
Прямая	W _{1c}	2,10E-03	9,00E-03	2,20E-02	5,20E-02	8,50E-02		
Биквадная	W _{1c}	6,00E-08	1,00E-07	1,20E-07	3,00E-07	2,00E-06	1,00E-06	2,00E-06
Билайновая	W _{1c}	2,00E-14	1,00E-12	4,00E-12	1,00E-12	8,00E-14	1,00E-13	2,00E-13

Затухание в полосе пропускания	amax, дБ	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1

Порядок	N	5	7	9	11	13	15	17
Затухание в полосе задерживания	a_{min} , дБ	15	30	45	65	80	95	115
Реализации:								
Прямая	W_{1c}	1,50E-03	9,00E-03	2,80E-02	5,50E-02	9,00E-02		
Биквадная	W_{1c}	1,00E-07	2,00E-07	1,00E-07	3,00E-07	3,00E-07	2,00E-07	2,00E-07
Билайновая	W_{1c}	1,00E-14	7,00E-14	1,00E-13	1,00E-13	3,00E-13	8,00E-14	1,00E-13

Затухание в полосе пропускания	a_{max} , дБ	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
Порядок	N	5	7	9	11	13	15	17
Затухание в полосе задерживания	a_{min} , дБ	20	40	55	70	90	105	120
Реализации:								
Прямая	W_{1c}	1,50E-03	1,20E-02	3,50E-02	5,80E-02	9,00E-02		
Биквадная	W_{1c}	9,00E-08	2,00E-07	1,00E-07	2,00E-07	1,00E-07	4,00E-07	5,00E-07
Билайновая	W_{1c}	8,00E-15	3,00E-14	2,00E-13	8,00E-14	8,00E-14	4,00E-13	5,00E-13

ТАБЛИЦА 2. Критические полосы пропускания для прямой, биквадной и билайн – реализаций фильтра Чебышева II-го рода

Затухание в полосе пропускания	a_{max} , дБ	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
Порядок	N	5	7	9	11	13	15	17
Затухание в полосе задерживания	a_{min} , дБ	8	20	35	55	70	90	105
Реализации:								
Прямая	W_{1c}	6,00E-04	5,00E-03	1,60E-02	3,50E-02	5,80E-02	8,70E-02	1,10E-01
Биквадная	W_{1c}	8,00E-08	8,00E-08	1,00E-07	2,00E-07	1,00E-07	3,00E-07	2,00E-07
Билайновая	W_{1c}	9,00E-15	9,00E-15	1,00E-14	8,00E-15	3,00E-14	6,00E-14	4,00E-14

Затухание в полосе пропускания	a_{max} , дБ	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
Порядок	N	5	7	9	11	13	15	17
Затухание в полосе задерживания	a_{min} , дБ	15	30	45	65	80	95	115
Реализации:								
Прямая	W_{1c}	8,50E-04	6,50E-03	1,90E-02	3,90E-02	6,60E-02	9,50E-02	1,20E-01
Биквадная	W_{1c}	1,00E-07	1,00E-07	2,00E-07	1,00E-07	2,00E-07	2,00E-07	3,00E-07

Билайновая	W_{1c}	5,00E-15	8,00E-15	4,00E-14	7,00E-14	3,00E-14	3,00E-14	9,00E-15
------------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

Затухание в полосе пропускания	a_{max} , дБ	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
Порядок	N	5	7	9	11	13	15	17
Затухание в полосе задерживания	a_{min} , дБ	20	40	55	70	90	110	125
Реализации:								
Прямая	W_{1c}	9,00E-04	8,00E-03	2,20E-02	4,20E-02	6,70E-02	9,90E-02	1,25E-01
Биквадная	W_{1c}	1,00E-07	1,00E-07	2,00E-07	1,00E-07	2,00E-07	2,00E-07	3,00E-07
Билайновая	W_{1c}	7,00E-15	1,00E-14	3,00E-14	3,00E-14	2,00E-14	3,00E-14	3,00E-14

ТАБЛИЦА 3. Критические полосы пропускания для прямой, биквадной и билайн – реализаций эллиптических фильтров

Затухание в полосе пропускания	a_{max} , дБ	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
Порядок	N	5	7	9	11	13	15	17
Затухание в полосе задерживания	a_{min} , дБ	20	50	80	110	140	170	200
Реализации:								
Прямая	W_{1c}	1,50E-03	9,50E-02	2,50E-02	5,20E-02			
Биквадная	W_{1c}	8,00E-08	8,00E-08	1,50E-07	2,40E-07	4,20E-07	4,20E-07	4,20E-07
Билайновая	W_{1c}	2,80E-16	2,80E-15	5,10E-14	7,00E-14	7,00E-14	8,00E-14	8,90E-14

Затухание в полосе пропускания	a_{max} , дБ	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
Порядок	N	5	7	9	11	13	15	17
Затухание в полосе задерживания	a_{min} , дБ	30	60	90	120	150	180	210
Реализации:								
Прямая	W_{1c}	1,40E-03	9,50E-03	2,80E-02	5,50E-02			
Биквадная	W_{1c}	1,50E-07	1,50E-07	3,00E-07	2,60E-07	4,00E-07	4,00E-07	1,00E-06
Билайновая	W_{1c}	5,80E-15	2,50E-14	7,20E-14	3,90E-14	4,00E-13	2,50E-13	3,50E-13

Затухание в полосе пропускания	a_{max} , дБ	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
Порядок	N	5	7	9	11	13	15	17
Затухание в полосе задерживания	a_{min} , дБ	40	70	100	130	160	190	220
Реализации:								

Прямая	W_{1c}	1,50E-03	1,00E-02	3,20E-02	6,00E-02			
Биквадная	W_{1c}	1,00E-07	1,50E-07	1,80E-07	2,50E-07	2,50E-07	3,20E-07	3,80E-06
Билайновая	W_{1c}	1,90E-14	4,70E-14	1,50E-13	1,50E-13	3,00E-13	4,50E-13	9,00E-13

В заключение отметим, что для новых структур при программных вычислениях приходится перемножать комплексные числа. Обычно эта операция приводит к четырем вещественным умножениям:

$$(a + jb)(c + jd) = ac - bd + j(bc + ad)$$

Вместо этого лучше использовать следующий алгоритм:

$$(a + jb)(c + jd) = ac - bd + j(bc + ad) = a(c + d) - d(a + b) + j a(c + d) + j c(b - a) = A_1 - A_2 + j (A_1 + A_3),$$

где $A_1 = a(c + d)$, $A_2 = d(a + b)$, $A_3 = c(b - a)$.

Здесь мы получаем 3 умножения вместо 4-х при большем числе суммирований (5 вместо 2). Более того, если необходимо выполнять умножение на комплексную константу, то число сложений можно сократить до трех. В целом предлагаемый способ лучше тривиального, так как повышается точность вычислений и уменьшаются шумы умножений.

Литература

- [1] Антонью А. (1983) *Цифровые фильтры: анализ и проектирование*. Радио и связь, Москва 320 с.
- [2] Каппелини В., Константи́нидис А. Дж, Эмилиани П. (1983) *Цифровые фильтры и их применение*. Энергоатомиздат, Москва 360 с.
- [3] Оппенгейм А.В., Шафер Р.В. (1979) *Цифровая обработка сигналов*. Связь, Москва 416 с.
- [4] Рабинер Л., Гоулд Б. (1978) *Теория и применение цифровой обработки сигналов*. Мир, Москва. 848 с.

Received on the 1st of December 2001