

ЦИФРОВЫЕ ФАЗОВЫЕ ЗВЕНЬЯ С КОМПЛЕКСНЫМИ УМНОЖИТЕЛЯМИ

Тахир Мамиров

*Институт транспорта и связи
Ломоносова 1, Рига, LV 1019, Латвия.
Тел: (+371)-7100650. Факс: (+371)-7100660. E-mail:mamirov_t@yahoo.com*

Предложены новые структуры для реализации фазовых звеньев первого порядка с комплексными коэффициентами. Показаны области применения.

Ключевые слова: фазовые звенья, билайны, оптимальные реализации

New structures for realization of first order phase units with complex coefficients are proposed. Possibility of application of these units is shown.

Key words: phase units, bilines, optimal realizations

При проектировании робастных цифровых фильтров с большим динамическим диапазоном возникают проблемы, одна из которых связана с выбором эффективной структуры реализации.

Одним из новых решений является использование *билайнов* [2]. Билайн имеет следующие элементы:

- 3 комплексных умножителя
- 2 комплексных сумматора
- 1 комплексный элемент задержки.

Это относительно сложная реализация, даже если использовать субалгоритм перемножения комплексных чисел, в котором используются три вещественных умножения вместо четырех при несколько большем числе суммирований (5 вместо 3-х). При необходимости выполнять умножение только на комплексную константу, число сложений можно сократить до трех. В целом такой способ лучше тривиального, так как повышается точность вычислений и уменьшаются шумы умножений.

Рассмотрим синтез цифровых фазовых звеньев первого порядка — *фазовых билайнов*. Передаточные функции таких звеньев в общем случае имеют комплексные коэффициенты:

$$H_{bil}(z^{-1}) = \frac{b + z^{-1}}{1 + bz^{-1}}, \quad (1)$$

где $b = \alpha + j\beta$.

Простые робастные цифровые структуры с вещественными умножителями дают возможность использовать процессоры с малоразрядной арифметикой. Фазовые билайны, в частности, могут быть эффективно использованы в двухканальных цифровых фазовых фильтрах и для реализации цифровых широкополосных фазовращателей.

Оптимальная по вычислительной сложности реализация фазового билайна имеет:

- 1 комплексный умножитель
- 3 комплексных сумматора
- 1 комплексный элемент задержки.

В принципе имеется четыре варианта построения таких фазовых билайнов (еще столько же можно получить, переходя к инверсным структурам) (рис. 1).

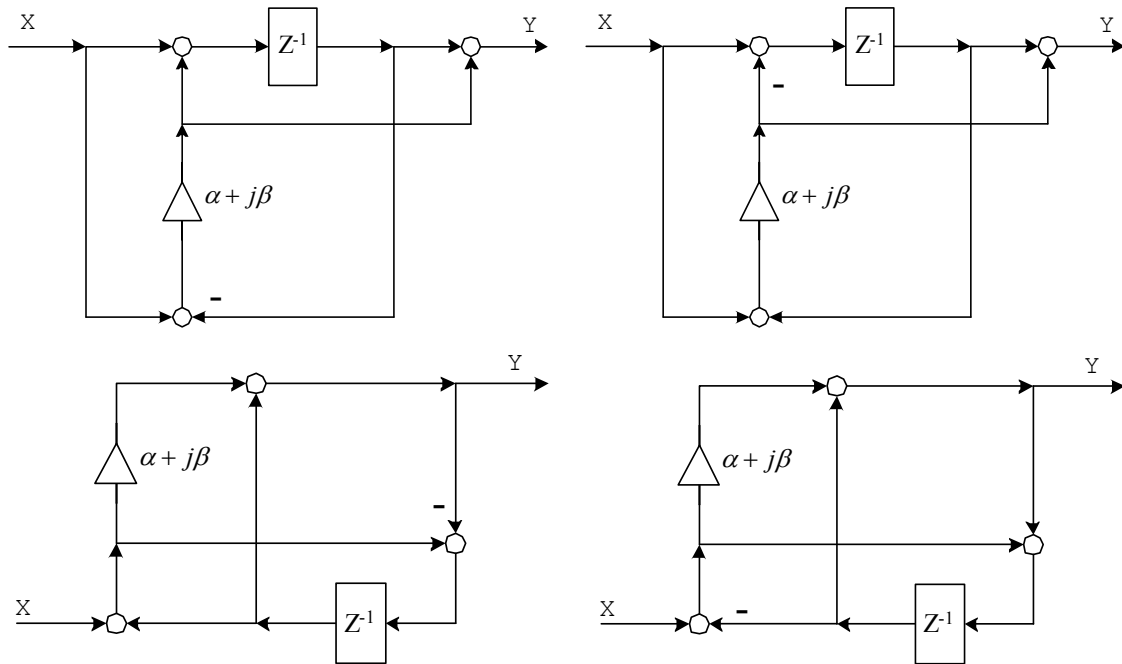


Рис. 1. Варианты реализации фазового билайна

Покажем только первый (рис. 2).

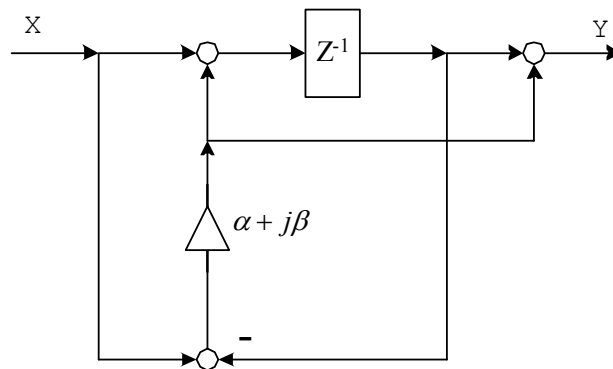


Рис. 2. Оптимальная реализация фазового билайна

Применение фазовых билайнов при синтезе двухканального цифрового фильтра дает следующие преимущества по сравнению с традиционными реализациями:

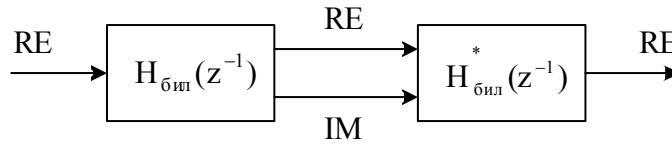
- полоса пропускания уменьшается на 8-10 порядков;
- значительно увеличивается динамический диапазон;
- унификация структуры за счет использования однотипных звеньев;
- упрощение за счет минимизации числа вычислительных операций.

Ниже рассмотрен полный класс реализаций фазовых билайнов с вещественными умножителями.

Наилучший фазовый билайн имеет:

- 3 вещественных умножителя
- 7 вещественных сумматоров
- 2 вещественных элемента задержки.

Рассматриваемая ниже модификация основана на том, что обычное цифровое фазовое звено второго порядка заменяется каскадно включенной парой фазовых билайнов с вещественными умножителями:



Передаточные функции этих билайнов комплексно сопряжены. При этом первое звено имеет вид, показанный на рис. 3, второе — на рис. 4.

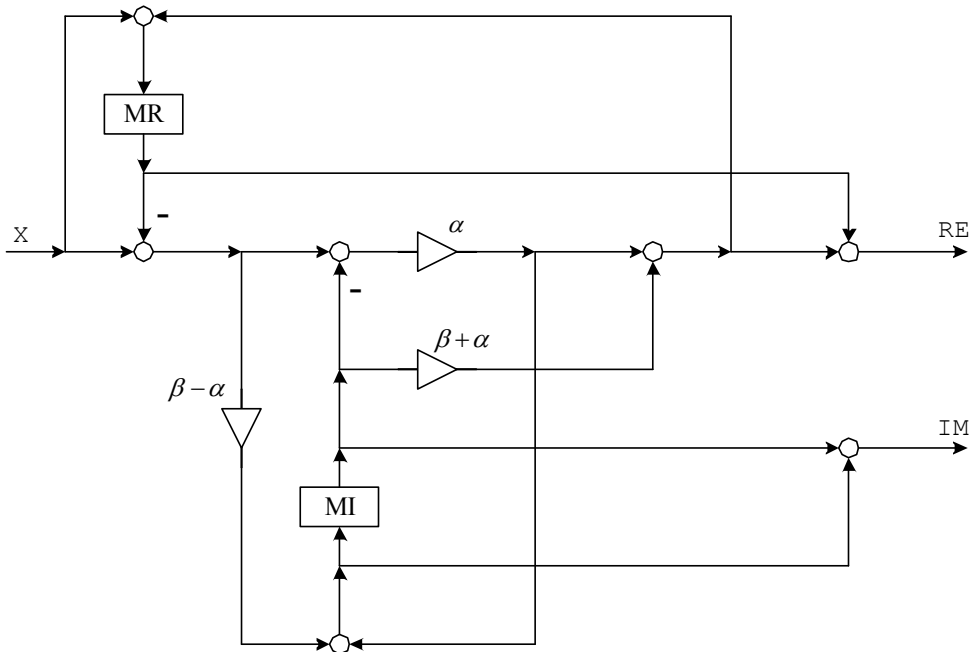


Рис. 3. Структура первого фазового билайна с вещественными множителями

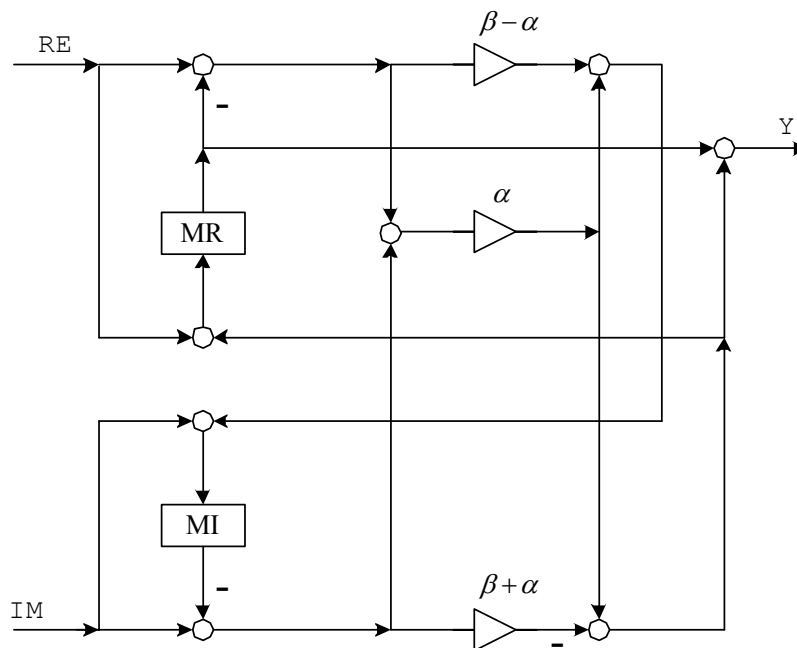


Рис. 4. Структура второго фазового билайна с вещественными множителями

Сравнение модификаций билайнов по количеству операций приведено в табл. 1.

Таблица 1

СТРУКТУРА	Число элементов		
	М	А	Д
Обычный билайн	12	9	2
Первый фазовый билайн (с комплексным множителем)	4	6	2
Первый фазовый билайн (с вещественными множителями)	3	7	2
Второй фазовый билайн (с комплексным множителем)	4	7	2
Второй фазовый билайн (с вещественными множителями)	3	8	2

М — множители (вещественные)

А — сумматоры (вещественные)

Д — элементы задержки (вещественные)

Характерной особенностью при изучении сверхзаклопосного цифрового фазового фильтра в реальном времени является большая длина импульсной характеристики. Это приводит к тому, что при изучении АЧХ из-за ограниченной разрядности машинной арифметики быстрое преобразование Фурье реализуется с большой погрешностью. Поэтому в отсутствие подходящего метода адекватного вычисления АЧХ проведены сравнения эллиптических двухканальных фазовых фильтров с комплексными и вещественными множителями по следующим критериям:

- Различие между ИХ первой и второй реализаций на интервале вычисления ИХ;
- Относительное время работы каждого из алгоритмов.

Результат по первому критерию — ИХ идентичны с точностью 10^{-26} - 10^{-30} .

Результаты по второму критерию представлены в табл. 2–4 ($\tilde{\Omega}_k = 1.5 \cdot \tilde{\Omega}_1$). Данные получены при моделировании двухканального фазового фильтра в пакете *Matlab 6.0*.

Таблица 2. $a_{\max} = 0.01$ дБ, $\tilde{\Omega}_1 = 0.20$, длина ИХ = 2000 точек

Порядок	N	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25
Затухание в полосе задерживания	a_{\min} , дБ	53	83	112	142	172	202	231	261	291	320	350
Реализация на фазовых билайнах с комплексными множителями	T, с	6,87	9,28	9,72	10,54	11,7	13,02	13,73	14,39	15,65	16,81	17,85
Реализация на фазовых билайнах с вещественными множителями	T, с	5,77	9,78	9,61	11,37	13,07	14,72	16,31	18,29	19,61	21,48	23,67

Таблица 3. $a_{\max} = 0.50$ дБ, $\tilde{\Omega}_1 = 0.20$, длина ИХ = 2000 точек

Порядок	N	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25
Затухание в полосе задерживания	a_{\min} , дБ	53	83	113	143	172	203	232	262	291	320	350
Реализация на фазовых билайнах с комплексными множителями	T, с	6,81	8,07	9,34	10,49	11,64	12,85	14,01	15,11	16,47	17,63	18,56
Реализация на фазовых билайнах с вещественными множителями	T, с	5,77	7,8	9,66	11,53	13,4	15,16	16,97	18,78	20,76	22,63	24,33

Таблица 4. $a_{\max} = 0.05$ дБ, $\tilde{\Omega}_1 = 0.02$, длина ИХ = 4000 точек

Порядок	N	5	7	9	11	13	15	17	19	21	23	25
Затухание в полосе задерживания	a_{\min} , дБ	50	79	108	136	165	194	223	251	280	309	338
Реализация на фазовых билайнах с комплексными умножителями	T, с	19,88	22,68	24,99	27,4	29,72	32,08	34,88	36,86	39,27	41,69	44,05
Реализация на фазовых билайнах с вещественными умножителями	T, с	14	18,13	21,75	25,65	29,22	33,01	36,58	40,86	44,05	47,78	51,41

Другой областью применения фазовых билайнов являются цифровые широкополосные фазовращатели. Но в этом случае оптимальной является структура, показанная на рис. 2. Это объясняется тем, что используемый там единственный умножитель фазового билайна — вещественный.

Таким образом, при необходимости реализовать двухканальный фазовый фильтр порядков 1, 3, 5, 7, 11 или 13 предпочтительнее использовать *фазовые билайны с вещественными умножителями*.

Литература

1. Антонью А. Цифровые фильтры: анализ и проектирование. — Москва: Радио и связь, 1983. — 320 с.
2. Еремеев В., Гуменюк А., Мамиров Т. Новые структуры малочувствительных цифровых фильтров / Computer Modelling & New Technologies. — Рига: Институт транспорта и связи, 2001. — Vol. 5, No.1. — С. 132-137.
3. Оппенгейм А. В., Шафер Р. В. (1979) Цифровая обработка сигналов. — Москва: Связь, 1973. — 416 с.
4. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. — Москва: Мир, 1978. — 848 с.
5. Мамиров Т. Робастные реализации рекурсивных цифровых фильтров на фазовых звеньях: Бакалаврская работа. — Рига: Институт транспорта и связи, 2001.